

## Proprietăți ale triunghiului dreptunghic

**Teoremă:** într-un triunghi dreptunghic, cateta opusă unghiului de  $30^\circ$  are lungimea egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei.

**Ip:**

**C:**

$$\left. \begin{array}{l} \sphericalangle A = 90^\circ \\ \sphericalangle C = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow AB = \frac{BC}{2}$$

**Dem:** construim pe dreapta AB, AD = AB.

Fie  $\triangle ABC$  și  $\triangle ADC$ : 1) AB = AD (din construcție)

2) AC = AC (latură comună)

3)  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC = 90^\circ$

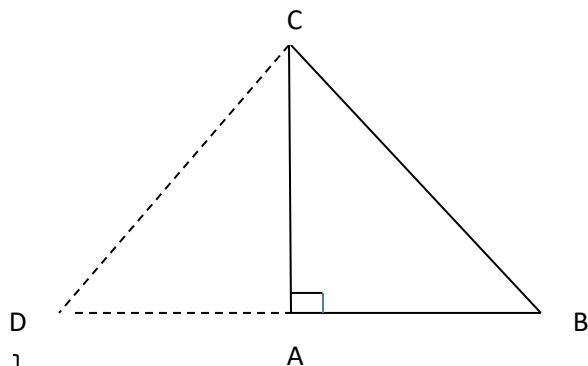
$$\xRightarrow{LUL} \triangle ABC \equiv \triangle ADC \xRightarrow{def}$$

$$\xRightarrow{def} \left\{ \begin{array}{l} 4) BC = DC \Rightarrow \triangle BCD \text{ isoscel} \\ 5) \sphericalangle BCA = \sphericalangle DCA = 30^\circ \Rightarrow \sphericalangle BCD = 60^\circ \end{array} \right.$$

$$\xRightarrow{\text{proprietate}} \triangle BCD \text{ echilateral} \Rightarrow BD = BC$$

$$\text{Dar } AB = \frac{BD}{2}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{BC}{2}$$



**Teoremă reciprocă:** dacă într-un triunghi dreptunghic o catetă are lungimea egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei atunci ea se opune unghiului de  $30^\circ$ .

**Ip:**

**C:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \sphericalangle A = 90^\circ \\ AB = \frac{BC}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle C = 30^\circ$$

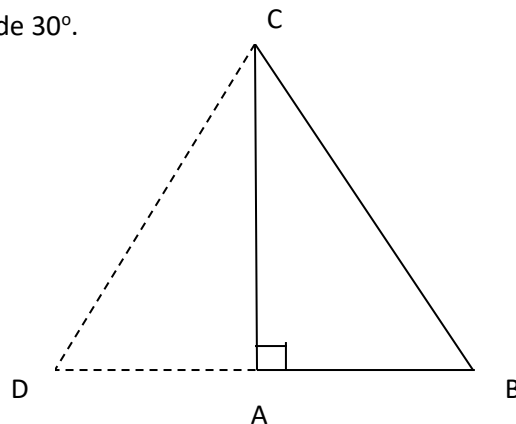
**Dem:** construim pe dreapta AB, AD = AB.

Fie  $\triangle ABC$  și  $\triangle ADC$ : 1) AB = AD (din construcție)

2) AC = AC (latură comună)

3)  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC = 90^\circ$

$$\xRightarrow{LUL} \triangle ABC \equiv \triangle ADC \xRightarrow{def} 4) BC = DC \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{Dar } AB = \frac{BC}{2} \text{ (din ip.)} \\ AB = \frac{BD}{2} \text{ (din construcție)} \end{array} \right\} \Rightarrow BC = BD \text{ (2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Din (1) și (2)} \Rightarrow BC = DC = BD \Rightarrow \triangle BCD \text{ echilateral} \\ \text{CA înălțime (din ip.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{CA - bisectoare} \Rightarrow \angle ACB = \angle ACD = \frac{\angle BCD}{2}$$

$$\text{Dar } \triangle BCD \text{ echilateral} \Rightarrow \angle BCD = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ACB = 30^\circ$$

**Teoremă:** într-un triunghi dreptunghic mediana corespunzătoare ipotenuzei are lungimea egală cu

jumătate din lungimea ipotenuzei.

**Ip:**

**C:**

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = 90^\circ \\ BM = CM \end{array} \right\} \Rightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

**Dem:** construim pe dreapta AM, DM = AM.

Fie  $\triangle ABM$  și  $\triangle DCM$ : 1) AM = DM (din construcție)

$$2) BM = CM \text{ (din ip.)}$$

$$3) \angle AMB = \angle CMD \text{ (op. la vârf)}$$

$$\xRightarrow{LUL} \triangle ABM \equiv \triangle DCM \xRightarrow{def}$$

$$\xRightarrow{def} \left\{ \begin{array}{l} 4) AB = DC \text{ (1)} \\ 5) \angle ABM = \angle DCM \end{array} \right\} \Rightarrow \angle DCM + \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD = 90^\circ \text{ (2)}$$

$$\text{Dar } \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Fie  $\triangle ABC$  și  $\triangle CDA$ : 1) AC = CA (latură comună)

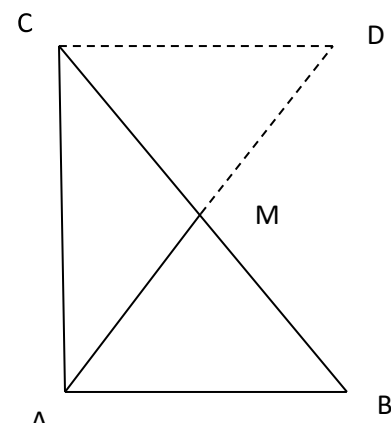
$$2) AB = CD \text{ (din (1))}$$

$$3) \angle BAC = \angle DCA = 90^\circ \text{ (din (2))}$$

$$\xRightarrow{LUL} \triangle ABC \equiv \triangle CDA \xRightarrow{def} 4) BC = DA$$

$$\text{Dar } AM = \frac{AD}{2}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{BC}{2}$$



**Teoremă reciprocă:** dacă într-un triunghi mediana are lungimea egală cu jumătate din lungimea laturii corespunzătoare, atunci triunghiul este dreptunghic.

**Ip:**

**C:**

$$\left. \begin{array}{l} BM = CM \\ AM = \frac{BC}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$$

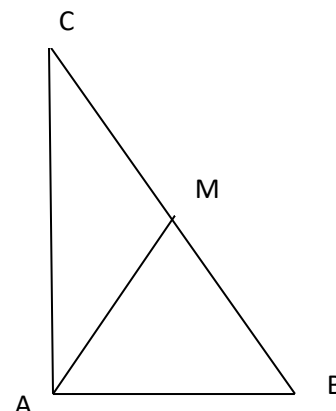
**Dem:**  $BM = CM$  (din ip.)  $\Rightarrow AM = BM = CM \Rightarrow$

$$AM = \frac{BC}{2} \text{ (din ip.)}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \triangle ABM \text{ isoscel} \Rightarrow \angle BAM = \angle B = x \\ \triangle ACM \text{ isoscel} \Rightarrow \angle CAM = \angle C = y \end{array} \right\} \Rightarrow x + y + x + y = 180 \Rightarrow 2x + 2y = 180 \Rightarrow$$

$$\text{In } \triangle ABC: \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 90 \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$$



**Teorema lui Pitagora:** într-un triunghi dreptunghic suma pătratelor catetelor este egală cu pătratul ipotenuzei.

**Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora:** dacă într-un triunghi suma pătratelor a două laturi este egală cu pătratul laturii a treia, atunci triunghiul este dreptunghic.

**Probleme:** 7/251 (7 pag. 251), (Matematică: manual pentru clasa a VI-a/Dorin Linț, Maranda Linț, Maria Zaharia, Dan Zaharia- București: Editura Didactică și Pedagogică, 2018), 8/251. (vă puteți verifica cu rezolvările din manual (au numerele 4/252, 5/252, din greșeală!))

**Aplicații** (oral): II 1/254, I 1/256, I 5/256, I 6/256.

**Aplicații** (scris): III 1/256, III 2/256, 15/253, 16/253, 17/253, 20/253, 22/253, III 4/254, 8/252, 19/253, 2/252, 18/253, III 3/256, 21/253, II/256, 13/253, I 4/256, 14/253, II 3/254, 6/252, II/255, 11/253, 9/253, 12/253, 4/252, 3/252, 23/253, I/254, I/255.

**Temă** (conspectat): 4/251, 5/251, 6/251.

**Teme:** 1/252, 5/252, 7/252, 10/253, III 1/254, III 3/254, III/255, I 2/256, I 3/256.